Ричард Фейнман

ХАРАКТЕР ФИЗИЧЕСКИХ ЗАКОНОВ

Перевод с английского
В.П. Голышева и Э.Л. Наппельбаума

ЛЕКЦИЯ 2

СВЯЗЬ МАТЕМАТИКИ С ФИЗИКОЙ

Если задуматься о приложениях математики и физики, то совершенно очевидно, что математика будет полезна там, где мы имеем дело с большим числом объектов в сложной обстановке. В биологии, к примеру, действие вируса на бактерию не дает никакой пищи для математики. В микроскоп мы увидим, что проворный маленький вирус находит какое-то место в причудливой бактерии (все они имеют разную форму) и либо вводит в нее свою ДНК, либо не вводит. Но если мы будем экспериментировать с миллионами и миллионами бактерий и вирусов, то сможем очень многое узнать о поведении вирусов в среднем. Мы можем использовать математику для того, чтобы находить среднее, для того, чтобы выяснить, развиваются ли вирусы в бактериях, какие виды развиваются и в каком количестве; подобным образом мы можем изучать генетику, мутации и т.п.

Возьмем другой, более тривиальный пример. Представим себе огромную шахматную доску, на которой играют в шахматы или шашки. Каждый отдельный ход - операция не математическая или математически очень простая. Но нетрудно сообразить, что на доске с множеством фигур оценку наилучших ходов, ходов просто хороших или плохих можно сделать только после очень глубокого размышления, ибо каждый ход таит в себе огромное количество последствий. Тут необходимы абстрактные рассуждения и, следовательно, математика. Еще один пример - переключение в вычислительных машинах. Если у вас всего один переключатель, который может быть либо включен, либо выключен, то ничего особенно математического тут нет, хотя математики любят начинать именно с этого. Но чтобы предугадать поведение системы с множеством соединений и проводов, нужна математика.

Я хочу сказать с самого начала, что математика приносит огромную пользу физике там, где речь идет о деталях сложных явлений, если установлены основные правила игры. И если бы я говорил только о взаимоотношении математики и физики, то большую часть времени отвел бы именно этому вопросу. Но поскольку лекции посвящены характеру физических законов, я не имею возможности подробно разбирать, что происходит в сложных ситуациях, и прямо перейду к своей теме - характеру основных законов.

Если снова обратиться к нашим шахматам, то основные законы здесь - это правила, по которым движутся фигуры. Математику можно использовать в сложной обстановке, чтобы сообразить, какие ходы в данных обстоятельствах наиболее выгодны. Но для того чтобы выразить простую суть основных законов, требуется очень мало математики. В шахматах это можно сделать на нашем обычном языке.

В физике же и для основных законов нам нужна математика. Я приведу два примера: в одном математика, по существу, необязательна, а в другом необходима. Первый - закон физики, называемый законом Фарадея, который гласит. что при электролизе количество осажденного вещества пропорционально силе тока и времени его действия. Иначе говоря, количество осажденного вещества пропорционально заряду, проходящему через систему. Звучит это очень математически, но на самом деле все сводится к тому, что электроны, проходящие по проводам, несут только по одному заряду. В частности, можно предположить, что каждый электрон вызывает осаждение одного атома. Тогда число осажденных атомов равно числу прошедших электронов, т. е. пропорционально заряду, протекшему по проводу. Таким образом, этот закон, который кажется математическим, в основе своей прост и на самом деле не требует знания математики. Для осаждения одного атома нужен один электрон - это, конечно, математика, но не та математика, о которой мы здесь говорим.

Второй пример - это закон тяготения Ньютона, который мы рассматривали в предыдущей лекции. Я привел вам уравнение

$$F = G\frac{m \cdot m'}{r^2}$$

чтобы поразить вас тем, насколько быстро математические символы могут передавать информацию. Я говорил, что сила пропорциональна произведению масс двух тел и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними, а также что тела реагируют на силы, изменяя свою скорость в направлении действия силы на величину, пропорциональную силе и обратно пропорциональную своим массам. Как вы видите, все это слова, и было совсем не обязательно писать уравнение. Тем не менее здесь есть математика, и мы можем спросить себя, почему такой закон может быть основным законом.

Что делает планета? Неужели она смотрит на Солнце, видит, насколько оно удалено, и вычисляет на своем арифмометре обратный квадрат расстояния, чтобы узнать, как нужно двигаться? Ясно, что это не объяснение механизма гравитации! Вам, может быть, захочется взглянуть поглубже, и многие пытались это сделать. Еще Ньютона спрашивали о его теории: "Но ведь она ничего не говорит, она ничего не объясняет?" Ньютон отвечал: "Она говорит, как движутся тела. Этого должно быть достаточно. Я сказал вам, **как** они движутся, а не **почему**".

Но людей зачастую трудно удовлетворить, не объяснив им механизм, и я расскажу об одной из теорий, которые выдвигались в качестве объяснения гравитации. Согласно этой теории тяготение представляет собой результат многих отдельных воздействий, и этим объясняется, почему закон Ньютона связан с математикой.

Предположим, что мир повсюду полон частиц, пролетающих сквозь нас с очень большой скоростью. Они летят во всех направлениях - просто проносятся мимо, но некоторые из них попадают в нас. Мы и Солнце практически прозрачны для них, практически, но не полностью, и некоторые из них нас ударяют. Посмотрим, к чему это должно привести.

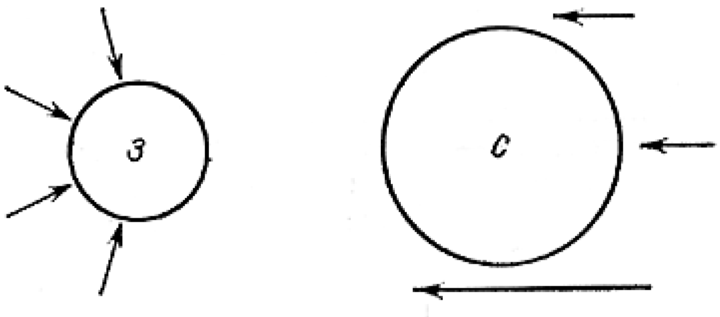


Рис. 12

На рис. 12 ***С*** - Солнце, ***З*** - Земля. Если бы Солнца не было, то частицы обстреливали бы Землю со всех сторон, барабанили по ней и каждая упавшая частица немного подталкивала бы Землю. Это не сдвинет Землю ни в каком определенном направлении, потому что с одного боку налетает столько же частиц, сколько с другого, снизу столько же, сколько сверху. Однако если Солнце на месте, то оно в какой-то мере поглощает частицы, летящие с этой стороны, потому что некоторые из них, попадая в Солнце, не проходят его насквозь.

Следовательно, со стороны Солнца к Земле прилетает меньше частиц, чем с других сторон, ибо они наталкиваются на препятствие - на Солнце. Нетрудно понять, что чем дальше Солнце, тем меньшую долю частиц, попадающих на Землю, оно будет задерживать. Солнце будет казаться меньше - как раз пропорционально квадрату расстояния. Поэтому со стороны Солнца на Землю будет действовать импульс, обратно пропорциональный квадрату расстояния. Он будет представлять собой результат большого количества простых операций - ударов, которые один за другим сыплются со всех сторон. Таким образом, в этом математическом соотношении нет ничего странного, ибо основная операция значительно проще, чем подсчет обратного квадрата расстояния. Подсчет производят сами частицы, ударяясь о Землю.

Единственный недостаток этой схемы - в том, что она не годится совсем по другим соображениям. Всякую придуманную теорию надо проанализировать в отношении всех ее возможных последствий, выяснить, не предсказывает ли она другие явления. А эта теория предсказывает другие явления.

Если Земля движется, то спереди в нее будет ударяться больше частиц, чем сзади. (Когда вы бежите под дождем, в лицо вам попадает больше капель, чем на затылок, именно потому, что вы бежите.) Если Земля движется, то она налетает на те частицы, которые находятся перед ней, и убегает от тех, которые догоняют ее сзади. Спереди на нее будет падать больше частиц, чем сзади, и они создадут силу, противодействующую движению. Эта сила замедлила бы движение Земли, и Земля не смогла бы долго продержаться на орбите, - но она ведь держится, уже три или четыре миллиарда лет. Так приходит конец этой теории.

"Что же, - скажете вы, - теория была неплохая, и хоть ненадолго, но позволила мне забыть о математике. Может быть, мне удастся придумать лучшую". Может быть, и удастся - окончательная истина никому еще не известна. Но со времени Ньютона и до наших дней никто не мог описать механизм, скрытый за законом тяготения, не повторив того, что уже сказал Ньютон, не усложнив математики или не предсказав явлений, которых на самом деле не существует. Так что до сих пор у нас нет иной модели для теории гравитации, кроме математической.

Если бы существовал только один закон такого характера. то это было бы интересным, хотя и досадным исключением. Но, оказывается, чем больше мы исследуем, чем больше законов мы открываем, чем глубже проникаем в природу, тем более хронической становится болезнь. Каждый новый ваш закон - чисто математическое утверждение, притом довольно сложное и малопонятное. Ньютонова формулировка закона тяготения - это сравнительно простая математика. Но она становится все менее понятной и все более сложной по мере того, как мы продвигаемся вперед. Почему? Не имею ни малейшего понятия. Моя цель в том и состоит, чтобы лишь сообщить об этом факте. В нем и заключается смысл всей лекции: **нельзя честно объяснить все красоты законов природы так, чтобы люди восприняли их одними чувствами, без глубокого понимания математики.** Как ни прискорбно, но, по-видимому, это факт.

Вы, возможно, возразите: "Ладно, если нет объяснения законам, то по крайней мере скажите, в чем эти законы состоят. Почему вы не скажете этого словами вместо символов? Математика - просто язык, но ведь можно перевозить с одного языка на другой". Да, можно, если иметь терпение, и, мне кажется, частично я это сделал.

Я мог бы пойти немного дальше и объяснить смысл уравнения более подробно, например сказать, что при увеличении расстояния в два раза сила убывает вчетверо и т.д. Я мог бы передать все символы словами. Иначе говоря, я мог бы пойти навстречу любителям физики, которые сидят и с надеждой ждут от меня простого объяснения. Что касается умения объяснить эти сложные и запутанные предметы неспециалисту на доступном ему языке, то у разных людей - разные возможности. И вот неспециалист перебирает книгу за книгой в надежде обойти трудности, которые появляются рано или поздно даже в работах лучших популяризаторов. Но чем дальше он читает, тем больше путаницы: одно сложное утверждение за другим, одна малопонятная мысль за другой, и все, по-видимому, не связаны друг с другом. Смысл ускользает от него, но он надеется, что где-нибудь в другой книге есть объяснение...

Я в этом сомневаюсь, потому что математика - **не просто** другой язык. Математика - это язык плюс рассуждения, это как бы язык и логика вместе. Математика - орудие для размышления. В ней сконцентрированы результаты точного мышления многих людей. При помощи математики можно связать одно утверждение с другим.

Например, я могу сказать, что сила направлена к Солнцу. Но я могу сказать и по-другому (как в прошлой лекции): планета движется так, что если провести от Солнца к планете линию, затем другую линию, отделенную от первой определенным периодом, например тремя неделями, то площадь, которую опишет планета за эти три недели, равна площади, которую она опишет за следующие три недели, и за следующие три недели, и так далее по всей орбите. Я могу объяснить оба эти утверждения подробнее, но не могу объяснить, почему они означают одно и то же. Очевидные сложности природы с ее странными законами и правилами, каждое из которых можно объяснить очень подробно, на самом деле тесно связаны. Однако если вы не желаете пользоваться математикой, то в этом огромном многообразии фактов вы не увидите, что логика позволяет переходить от одного к другому.

Как ни удивительно, но я могу доказать, что если силы направлены к Солнцу, то в равные промежутки времени описываются равные площади. Я попытаюсь доказать, что эти два закона эквивалентны, и тогда вам станут ясными не только формулировки этих двух утверждений. Вы убедитесь, что эти два закона связаны, что путем размышления можно перейти от одного к другому и что математика - это организованные рассуждения. Тогда вы оцените красоту взаимоотношений между этими двумя законами. Итак, докажем, что если сила направлена к Солнцу, то за равное время описываются равные площади.

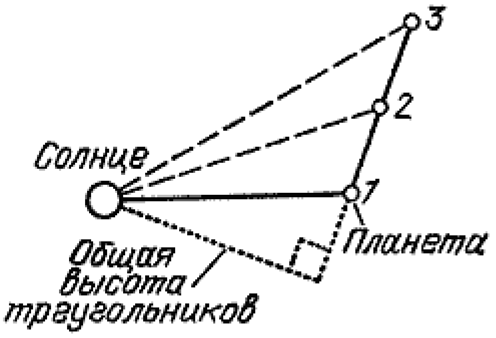


Рис. 13

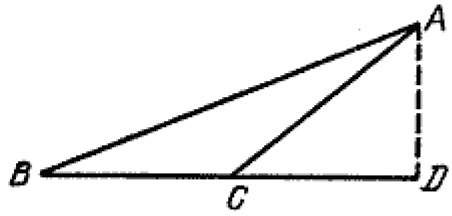


Рис. 14

Рассмотрим Солнце и планету (рис. 13) и вообразим себе, что в определенный момент времени планета находится в положении ***1.*** Она движется так, что через секунду, скажем, очутится в положении ***2.*** Если бы Солнце не действовало на планету, то, согласно галилееву принципу инерции, планета продолжала бы двигаться по прямой. Тогда по истечении такого же промежутка времени, следующей секунды, двигаясь по прямой линии и пройдя такое же расстояние, планета очутилась бы в положении ***3.*** Сначала мы докажем, что в равные промежутки времени описываются равные площади, если силы нет. Напомню, что площадь треугольника равна половине произведения основания на высоту, а высота - это расстояние по вертикали от вершины до основания треугольника. Если треугольник - тупоугольный (рис. 14), то высота - ***AD***, а основание - ***BC.*** Теперь сравним площади, которые описывались бы при движении планеты, если бы Солнце на нее не действовало (рис. 13).

Вы помните, что два расстояния ***1-2*** и ***2-3*** равны. Вопрос в том, равны ли две площади. Рассмотрим треугольник, образованный Солнцем (***S***) и двумя точками ***1*** и ***2***. Какова его площадь? Она равна основанию ***1-2***, умноженному на половину перпендикуляра, опущенного на основание из точки ***S***. Теперь - другой треугольник, образованный точками ***2, 3*** и ***S.*** Его площадь равна основанию ***2-3***, умноженному на половину перпендикуляра, опущенного из точки **S.** У этих двух треугольников одна и та же высота и, как я уже сказал, равные основания. Поэтому они имеют одинаковую площадь. Пока все идет прекрасно. Если бы со стороны Солнца не действовало никаких сил, то за равные промежутки времени описывались бы равные площади. Но Солнце действует на планету. На отрезке ***1-2-3*** Солнце притягивает планету, причем направление силы притяжения постепенно меняется. Чтобы получить хорошее приближение, возьмем среднее положение **2** и скажем, что весь эффект притяжения на отрезке **1-3** сводится к отклонению планеты на некоторое расстояние в направлении линии **2- S** (рис. 15).

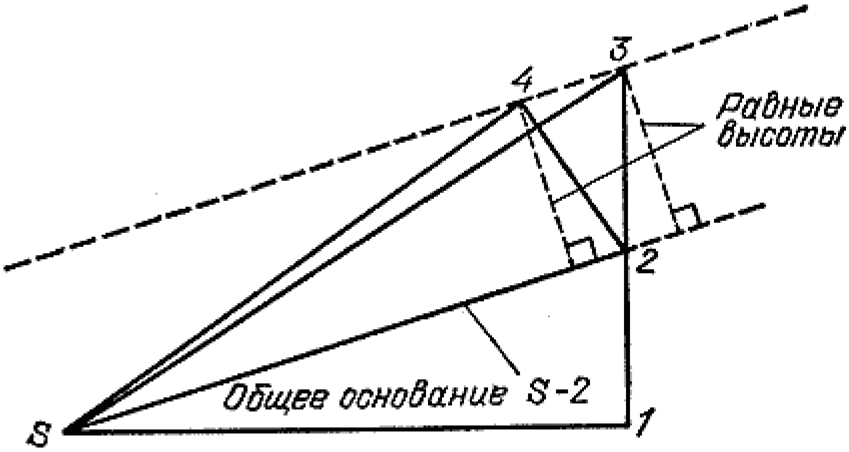


Рис. 15

Это означает, что тело двигалось по линии ***1-2*** и продолжало бы двигаться по ней, если бы не было силы, но притяжение Солнца заставляет тело двигаться по линии ***2-S.*** Таким образом, движение тела на следующем отрезке складывается из того, как планета двигалась бы самостоятельно, и изменения, которое произошло под действием Солнца. Поэтому планета попадает не в положение ***3,*** а в положение ***4.***

Теперь мы сравним площади треугольников ***23S*** и ***24S*** и докажем, что они равны. У них общее основание ***S-2.*** Одинаковы ли у них высоты? Да, потому что треугольники заключены между параллельными линиями. Расстояние от точки ***4*** до линии ***5-2*** равно расстоянию от точки ***3*** до линии ***5-2*** (продолженной). Значит, площадь у треугольника ***S24*** такая же, как у ***S23.*** Раньше я доказал, что треугольники ***S12*** и ***S23*** равны по площади. Отсюда ясно, что ***S12=S24.*** Таким образом, при движении планеты по орбите площади, описываемые за первую и за вторую секунду, равны. Значит, путем рассуждений мы нашли связь между тем фактом, что сила направлена к Солнцу, и тем фактом, что площади равны. Не правда ли, остроумно? Я позаимствовал вывод прямо у Ньютона. Все это содержится в его "Principia": и схема, и доказательство. Только цифры другие, потому что он пользовался римскими цифрами, а я - арабскими.

Все доказательства в книге Ньютона были геометрическими. Сегодня мы строим доказательства по-другому. Мы доказываем аналитически, при помощи символов. Чтобы построить нужные треугольники, подметить равенство площадей, требуется изобретательность. Теперь мы имеем усовершенствованные методы анализа, более быстрые и эффективные. Я хочу показать вам, как это выглядит в обозначениях более современной математики, где для доказательства нужно лишь записать несколько символов.

Мы будем говорить о быстроте изменения площади и обозначим эту величину через ***A'.*** При повороте радиуса площадь изменяется, и быстрота ее изменения - это составляющая скорости, перпендикулярная радиусу, умноженная на радиус. Иначе говоря, это расстояние по радиусу, умноженное на скорость, т. е. на быстроту изменения расстояния:

$$\mathbf{A = r \times r'}$$

Спросим себя: изменяется ли сама скорость изменения площади? Закон Кеплера говорит, что скорость изменения площади не должна меняться. Поэтому мы дифференцируем написанное равенство, а тут весь фокус в том, чтобы поставить точки в нужных местах - и ничего больше. Таким фокусам надо научиться: это просто набор правил, которые были придуманы, чтобы облегчить доказательства. Мы пишем

$$\mathbf{A'' = r' \times r' + r \times r'' = r \times F/m.}$$

Первое слагаемое - это составляющая скорости, перпендикулярная самой скорости. Оно равно нулю - скорость направлена вдоль самой себя. Ускорение **r''** - это вторая производная **r**, т. е. производная скорости. Она равна силе, деленной на массу.

Это означает, что скорость изменения скорости изменения площади есть составляющая силы, направленная под прямым углом к радиусу. Но если сила направлена по радиусу,

$$\mathbf{r \times F / m = 0}$$

как утверждал Ньютон, то под прямым углом к радиусу она не действует, а значит, скорость изменения площади не изменяется:

$$\mathbf{A'' = 0.}$$

Мы видим, как много нам дает анализ при помощи символов. Ньютон более или менее умел это делать, только в несколько других обозначениях. Но он предпочел геометрические доказательства, стремясь к тому, чтобы люди могли прочесть его статьи. Он сам изобрел исчисление бесконечно малых, которым я воспользовался во втором доказательстве.

Это хорошая иллюстрация взаимоотношений между математикой и физикой. Когда в физике проблема оказывается трудной, мы можем заглянуть к математикам - вдруг они уже встречались с такими вопросами и имеют готовые способы доказательства? Но может оказаться, что они этим еще не занимались. Тогда нам придется самим изобрести доказательства и потом передать их математикам.

Каждый кто рассуждает о чем-нибудь точно, показывает тем самым, как человек мыслит, и если представить его рассуждения в общем виде и передать математикам, то они внесут его в свои книги в качестве раздела математики. Математика - это путь, по которому мы переходим от одной совокупности утверждений к другой. И она, очевидно, полезна в физике, потому что говорить о вещах мы можем по-разному, а математика позволяет нам выяснить следствия, анализировать ситуации и видоизменять законы, чтобы связать различные утверждения. В общем физик знает очень мало. Он только должен помнить правила, которые позволяют переходить от одного к другому, ибо все эти различные утверждения о равенстве интервалов времени, о силе, направленной по радиусу, и т. д. тесно связаны логикой.

Тут возникает интересный вопрос. Существует ли какая-нибудь отправная точка для всех наших выводов? Существует ли в природе такой порядок, который позволял бы нам говорить, что одна совокупность утверждений - более фундаментальная, а другая представляет собой ее следствие?

Возможны два взгляда на математику. Для удобства один из них я назову вавилонской традицией, а другой - греческой традицией.

В вавилонских школах математики ученик решал огромное множество примеров, пока не улавливал общего правила. Он подробно знал геометрию, множество свойств круга, теорему Пифагора, формулы для площадей квадратов и треугольников; кроме того, существовали некоторые способы выводить одно из другого. Имелись числовые таблицы, при помощи которых можно было решать сложные уравнения. Все было подготовлено для того, чтобы производить вычисления. Но Евклид обнаружил, что все теоремы геометрии можно вывести из нескольких простых аксиом.

Вавилонский подход - я назвал бы его вавилонской математикой - заключается в том, что вы знаете самые разные теоремы, многие связи между ними, но не осознаете до конца, что все они могут быть выведены из набора аксиом. Самая же современная математика делает упор на аксиому и доказательства, исходя из очень четких соглашений о том, что можно и что нельзя считать аксиомами. Современная геометрия берет аксиомы, подобные евклидовым, но несколько усовершенствованные, и выводит из них все остальное. Например, такие теоремы, как теорема Пифагора (сумма квадратов катетов прямоугольного треугольника равна квадрату гипотенузы), не будут аксиомами. Но возможно и другое построение геометрии - так, например, в геометрии Декарта теорема Пифагора является аксиомой.

Итак, прежде всего мы должны согласиться с тем, что даже в математике можно отправляться от разных исходных положений. Поскольку все теоремы связаны друг с другом логикой, нельзя сказать, что такие-то утверждения мы считаем основными аксиомами, ибо если вместо них вам предложат другие аксиомы, то и по ним вы сможете построить всю геометрию. Это подобно мосту, составленному из одинаковых секций. Если он развалится, вы можете восстановить его, соединив секции в другом порядке. Сегодняшняя математическая традиция состоит в том, что берут определенные идеи, которые условились считать аксиомами, и исходя из них строят все здание. Если же следовать вавилонской традиции, то мы скажем: "Я знаю то, я знаю это и как будто бы знаю вот это; отсюда я вывожу все остальное. Может быть, завтра я что-то забуду, но что-то я буду помнить и по этим остаткам смогут восстановить все заново. Я не очень хорошо знаю, с чего я должен начать и чем кончить. Но в голове у меня всегда достаточно сведений, так что если я забуду часть из них, то все равно смогу это восстановить".

Доказывая теоремы, невыгодно каждый раз начинать с аксиом. Вы не сильно преуспеете в геометрии, если станете оказывать всякое положение, каждый раз отправляясь от аксиом. Конечно, если вы располагаете определенными сведениями в геометрии, то всегда сможете вывести из них кое-что еще; но гораздо выгоднее поступать иначе. Дорога, которая начинается с выбора наилучших аксиом, не всегда кратчайшая дорога к цели. В физике нам нужен вавилонский метод, а не греческий. Постараюсь объяснить, почему.

При евклидовом подходе наша задача - подобрать как можно более интересные и важные аксиомы. Но относительно тяготения, например, мы могли бы спросить себя: какая аксиома лучше - о том, что сила направлена к центру, или о том, что за равные промежутки времени описываются равные площади?

Если я буду исходить из того, каковы силы, то смогу рассматривать систему, состоящую из многих тел, орбиты которых уже не являются эллипсами, потому что силовая формулировка говорит мне о взаимном притяжении этих тел. В этом случае теорема о равенстве площадей несправедлива. Поэтому мне кажется, что аксиомой должен быть именно закон сил.

С другой стороны, принцип равенства площадей можно сформулировать в виде более общей теоремы для многих тел. Она довольно сложна и совсем не так красива, как первоначальное утверждение о равенстве площадей, но, несомненно, является его порождением. Рассмотрим систему многих тел, взаимодействующих друг с другом, например Юпитер, Сатурн, Солнце, множество ззезд, и, глядя на них издали, спроектируем свою систему на плоскость (рис. 16).

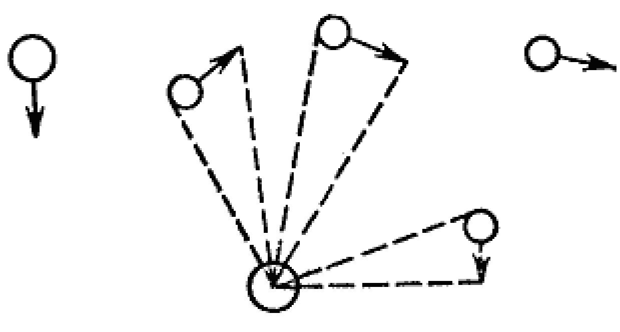


Рис. 16

Тела движутся в разных направлениях. Возьмем в качестве центра произвольную точку и подсчитаем, какую площадь описывают радиусы, проведенные из центра к каждому телу. При этом будем учитывать массу - если у одного тела масса вдвое больше, чем у другого, то соответствующую площадь будем умножать на два. Так мы подсчитаем все площади, описываемые радиусами, а затем сложим их пропорционально соответствующим массам, Такая сумма площадей не будет изменяться со временем. Она называется моментом количества движения системы, а закон - законом сохранения момента количества движения. "Сохранение" означает всего-навсего, что величина не изменяется.

Вот одно из следствий этого закона. Вообразим множество звезд, которые сближаются друг с другом, чтобы образовать туманность или галактику. Сначала они разбросаны очень далеко от центра. Звезды медленно движутся вокруг него, и радиусы описывают определенные площади. По мере их сближения расстояния до центра сокращаются, радиусы уменьшаются, и, чтобы описать прежнюю площадь, звезды вынуждены двигаться гораздо быстрее. Таким образом, сближаясь, звезды вращаются все быстрее и быстрее. Этим (приблизительно) и объясняется форма спиральных туманностей. То же самое происходит, когда фигурист крутится на льду. Он начинает, отставив ногу, и вращается медленно, а опуская ногу, крутится быстрее. Когда нога вытянута, она описывает за секунду определенную площадь. Опустив ее, фигурист должен вращаться гораздо быстрее, чтобы описать ту же самую площадь. Правда, я доказывал это не для людей - они пользуются мускульной силой, а не силой тяготения. Но закон справедлив и для спортсменов.

Тут мы приходим к интересной проблеме. Зачастую из частного закона физики, такого, как закон тяготения, можно вывести принцип гораздо более общий, чем само содержание частного закона. В математике этого не бывает; теоремы не появляются там, где их не ожидают. Поясним примером. Если в качестве постулата физики мы взяли бы закон равенства площадей для сил тяготения, то мы могли бы вывести закон сохранения момента импульса, но только для сил тяготения. А на опыте мы обнаруживаем, что закон сохранения момента распространяется на более широкий круг явлений. Ньютон принял другие постулаты, и ему удалось получить при их помощи более общий закон сохранения момента импульса.

Пусть постулаты Ньютона неверны. Нет никаких сил - все это чепуха, частицы не имеют орбит и т, д. Тем не менее видоизмененный принцип равенства площадей и закон сохранения момента справедливы. Они распространяются на движение атомов в квантовой механике и, насколько нам известно сегодня, вполне точны.

Мы знаем эти общие принципы, которыми пронизаны самые разные законы. Но если мы будем слишком серьезно относиться к математическим доказательствам и считать, что одно справедливо только потому, что справедливо другое, то не сможем понять связи между различными отраслями физики. В тот день, когда физика станет полной и мы будем знать все ее законы, мы, вероятно, сможем начинать с аксиом, и, несомненно, кто-нибудь придумает, как их выбирать, чтобы из них получить все остальное. Но пока мы не знаем всех законов, по некоторым из них можно угадывать теоремы, которые еще не имеют доказательств.

Чтобы понимать физику, необходимо строгое равновесие в мыслях. Мы должны держать в голове все разнообразные утверждения и помнить об их связях, потому что законы часто простираются дальше своих доказательств. Надобность в этом отпадет только тогда, когда будут известны все законы.

Во взаимоотношениях физики и математики имеется еще одна интересная черта: математика позволяет доказать, что в физике, исходя из разных точек зрения, можно прийти к одним и тем же выводам. Это и понятно: если у вас есть аксиомы, то вместо них вы можете воспользоваться некоторыми теоремами; физические же законы построены так деликатно, что их различные, хотя и эквивалентные формулировки качественно отличаются. Этим они и любопытны. Для примера я сформулирую закон тяготения тремя разными способами. Все они совершенно эквивалентны, но звучат очень несхоже.

Первая формулировка - это когда силы между телами описываются уравнением, которое я приводил выше:

$$F = G\frac{m \cdot m'}{r^2}$$

Каждое тело, "узнав", что на него действует сила, ускоряется, т. е. изменяет свое движение на определенную величину за секунду. Это обычная формулировка закона, я назову ее ньютоновой. Эта формулировка говорит, что сила зависит от чего-то находящегося на конечном расстоянии. Она обладает так называемым свойством нелокальности. Сила, действующая на предмет, зависит от того, насколько удален от него другой предмет.

Вам, возможно, не понравится мысль о действии на расстоянии, Откуда может узнать предмет, что происходит вдалеке? Ну что ж, имеется другой способ сформулировать закон - очень странный. Он основан на понятии поля. Объяснить его трудно, но я попытаюсь дать вам хотя бы приблизительное представление. Звучит он совсем по-другому.

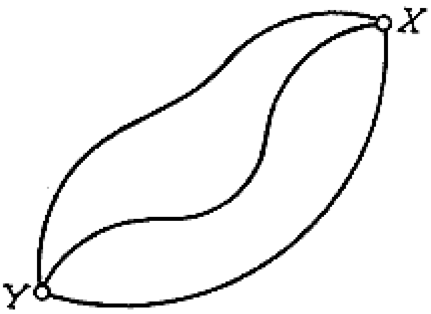
В каждой точке пространства имеется число (именно число, а не механизм: в том-то и вся беда с физикой, что она должна быть математической), и, когда вы переходите с места на место, это число меняется. Если в какой-то точке пространства поместить предмет, то на него будет действовать сила в том направлении, в котором быстрее всего изменяется это число (я дам ему обычное название - потенциал; сила действует в направлении быстрейшего изменения потенциала).

Далее, сила пропорциональна тому, насколько быстро изменяется потенциал при перемещении из одной точки в другую. Это только одна часть формулировки, и ее недостаточно, потому что я еще не сказал вам, как именно изменяется потенциал. Я мог бы сказать, что потенциал изменяется обратно пропорционально расстоянию от каждого тела, но тогда мы снова вернулись бы к понятию о действии на расстоянии. Можно сформулировать закон по-другому, сказав: нам не надо знать, что происходит за пределами маленького шарика. Если вы хотите знать, чему равен потенциал в центре, скажите мне просто, каков он на поверхности сколь угодно малого шарика. Вам не надо смотреть вокруг шарика, скажите лишь, каков потенциал по соседству с интересующей вас точкой и какова масса шарика. Правило таково. Потенциал в центре равен среднему потенциалу на поверхности шарика минус постоянная С, которая была в предыдущем уравнении, поделенная на удвоенный радиус шарика (обозначим его через ***a***) и умноженная на массу шарика, если шарик достаточно мал:

$$\textit{Потенциал в центре} = \textit{ Средний потенциал на сфере } - \left(\frac{G}{2a}\right) \cdot x \cdot \textit{Масса сферы}$$

Как видите, этот закон отличается от предыдущего, ибо он говорит нам, что происходит в некоторой точке, если известно, что происходит рядом с ней. Ньютонова же формулировка позволяет сказать, что происходит в данный момент времени, если мы знаем, что происходит в предыдущий момент. Во времени она переводит нас плавно от момента к моменту, но в пространстве заставляет скакать из одного места в другое. Вторая формулировка локальна и во времени, и в пространстве, потому что она говорит о соседних точках. Но в математическом смысле обе формулировки эквивалентны.

Существует еще и третья формулировка, основанная на качественно иных понятиях. Если вам не нравится действие на расстоянии, то я показал вам, как можно без него обойтись. Теперь я дам вам формулировку, которая в философском смысле прямо противоположна предыдущей. Тут нам не нужно переходить от момента к моменту, от точки к точке; мы опишем все сразу, целиком. Пусть у нас имеется несколько частиц и вы желаете знать, как одна из них перемещается из одного места в другое. Вообразим все возможные пути перехода из одного места в другое за данный отрезок времени (рис. 17).



Скажем, частица должна перейти из точки ***X*** в точку ***Y*** за час и вы желаете знать, по какому пути она может двигаться. Вы воображаете всевозможные кривые и для каждой кривой подсчитываете определенную величину. (Я не хочу рассказывать, какая это величина, но для тех, кто о ней наслышан, напомню, что для каждого пути она равна среднему значению разности между кинетической и потенциальной энергией.) Если вы подсчитаете эту величину для одного пути, а затем для другого, то для разных путей получите разные числа. Но один из путей дает наименьшее возможное число - именно этим путем и воспользуется на самом деле частица! Теперь мы описываем действительное движение, эллипс, высказывая нечто о кривой в целом. Нам не нужно думать о причинности, о том, что частица чувствует притяжение и движется в согласии с ним. Вместо этого мы говорим, что она разом "обнюхивает" все кривые, все возможные пути и решает, какой выбрать. (Выбирает тот, для которого наша величина - минимальная.)

Вот вам пример, сколько прекрасных способов существует для описания природы. Если нам говорят, что в Природе должна господствовать причинность, вы можете взять ньютонову формулировку; если настаивают, что Природа должна обладать свойствами локальности - к вашим услугам вторая формулировка; если же вас убедили, что Природу нужно описывать при помощи принципа минимума, - берите третью. Какая же из них правильна? Если они математически неравнозначны, если из них вытекают разные бедствия, то нам остается лишь выяснить на эксперименте, как именно поступает Природа.

К нам могут подойти люди и завести философский спор, что одна им нравится больше, чем другая; но опыт научил нас, что в предсказании поступков Природы философские предчувствия не оправдываются. Мы просто должны представить себе все возможности и затем все их перепробовать.

Но в том случае, с котором мы сейчас говорили, все теории совершенно эквивалентны. С точки зрения математической все эти три формулировки - ньютонова, локальная полевая и принцип минимума - приводят к совершенно одинаковым последствиям. Что же тогда делать? Вы прочтете в любой книге, что мы не имеем права отдать научное предпочтение одной из них. И это правда. В научном смысле они эквивалентны. Нет такого опыта, который позволил бы нам сделать этот, выбор, потому что все следствия одинаковы. Но психологически они различны. Во-первых, они могут нравиться или не нравиться в философском плане; эту болезнь можно вылечить только тренировкой. Во-вторых, психологическое различие между ними становится особенно важным, когда вы отправляетесь на поиски новых законов.

Пока физика не полна и мы пытаемся открыть новые законы, различные возможные формулировки могут послужить путеводными нитями к пониманию того, что произойдет при других обстоятельствах. В этом случае они психологически не равноценны, ибо толкают нас на разные догадки относительно того, как может выглядеть закон в более общей ситуации.

Например, Эйнштейн понял, что электрические сигналы не могут распространяться быстрее света. Он догадался, что это общий принцип. (Подобной игрой в догадки занимались и мы, когда брали закон сохранения момента количества движения и переносили его с одного частного случая, для которого он доказан, на все явления природы.) Эйнштейн догадался, что это общее свойство природы, и в том числе гравитации. Если сигналы не могут распространяться быстрее света, то формулировка, подразумевающая мгновенные взаимодействия, очень плоха. Поэтому в обобщенной теории гравитации, созданной Эйнштейном, метод Ньютона безнадежно слаб и чудовищно сложен, тогда как метод полей и принцип минимума точны и просты. Какой из двух предпочесть - мы до сих пор не решили.

На самом деле оказывается, что в квантовой механике ни один из них не точен в том виде, в каком я их сформулировал, а сам факт существования принципа минимума является следствием того, что в микромире частицы подчиняются квантовой механике.

Сейчас наилучшим законом нам представляется комбинация принципа минимума и локальных законов. Сегодня мы думаем, что законы физики должны иметь локальный характер и в то же время сочетаться с принципом минимума, но наверняка мы этого не знаем. Если в системе знаний таится какая-то погрешность, но построена система на удачных аксиомах, то впоследствии вы обнаружите, что неверна лишь одна из них, а остальные справедливы; в этом случае потребуются лишь незначительные переделки. Но если вы строили систему на других аксиомах, то она может вся развалиться из-за того, что целиком опирается на одну-единственную слабую деталь. Мы не можем сказать заранее, не прибегая к интуиции, как лучше всего строить систему, чтобы прийти к новому закону. Мы постоянно должны иметь в виду все возможные способы описания; поэтому физики занимаются вавилонской математикой и уделяют мало внимания аксиоматическому построению своей науки.

Одна из поразительных особенностей природы - многообразие возможных схем ее истолкования. Это обусловлено самим характером наших законов, тонких и четких. Например, свойство локальности существует только потому, что сила обратно пропорциональна квадрату расстояния. Если бы там стоял куб, мы не имели бы локального метода. С другой стороны, тот факт, что сила связана с быстротой изменения скорости, позволяет записывать законы, пользуясь принципом минимума. Если бы сила, например, была пропорциональна самой скорости перемещения, а не ускорению, то это было бы невозможно. Стоит сильно изменить законы, и вы обнаружите, что число возможных формулировок сократилось. Мне это всегда представлялось загадкой. Я не понимаю, почему правильные законы физики допускают такое огромное количество разных формулировок. Они похожи на крокетный шар, который проходит сразу через несколько ворот.

Наконец, я хотел бы сделать несколько более общих замечаний о связи математики с физикой. Математики имеют дело только со структурой рассуждений, и им, в сущности, безразлично, о чем они говорят. Им даже не нужно знать, о чем они говорят, или, как они сами выражаются, - истинны ли их утверждения. Объясню почему.

Вы формулируете аксиомы: "То-то и то-то обстоит так, а то-то и то-то обстоит так". Что дальше? Дальше можно заниматься логикой, не зная, что означают слова "то-то и то-то". Если аксиомы полны и сформулированы точно, то человеку, строящему доказательство, необязательно понимать значение слов, для того чтобы получить новый вывод на языке, которым он пользуется.

Если в одной из аксиом стоит слово "треугольник", то в выводах математика будут какие-то утверждения относительно треугольников, однако при получении этих выводов он не обязан знать, что за вещь - треугольник. Я же могу вернуться к началу его рассуждений и сказать: "Треугольник - это фигура с тремя сторонами, которая представляет собой то-то и то-то". И тогда я пойму его новые выводы. Другими словами, математик готовит абстрактные доказательства, которыми вы можете воспользоваться, приписав реальному миру некоторый набор аксиом. Физик же не должен забывать о значении своих фраз.

Это очень важная обязанность, которой склонны пренебрегать люди, пришедшие в физику из математики. Физика - не математика, а математика - не физика. Одна помогает другой. Но в физике вы должны понимать связь слов с реальным миром. Получив какие-то выводы, вы должны их перевести на родной язык и на язык природы - в медные кубики и стеклянные шарики, с которыми вы будете экспериментировать. Только так вы сможете проверить истинность своих выводов. В математике этой проблемы не существует вовсе.

Вполне понятно, что доказательства и способы мышления, найденные математиками, становятся для физиков могучими и полезными орудиями. Но и рассуждения физиков часто приносят пользу математикам.

Математики любят придавать своим рассуждениям возможно более общую форму. Если я скажу им: "Я хочу поговорить об обычном трехмерном пространстве",- они ответят: "Вот вам все теоремы о пространстве n измерений" - "Но у меня только три измерения" - "Хорошо, подставьте $n = 3$!"

Оказывается, что многие сложные теоремы выглядят гораздо проще, если их применить к частному случаю. А физика интересуют только частные случаи; он никогда не интересуется общим случаем. Он говорит о чем-то конкретном; ему не безразлично, о чем говорить. Он хочет обсуждать закон тяготения в трехмерном пространстве; ему не нужны произвольные силы в пространстве n измерений. Он стремится к сокращениям, потому что математики готовят свои выводы для более широкого круга проблем. И поступают предусмотрительно, ибо в конце концов бедный физик всегда вынужден возвращаться и говорить: "Простите, но в прошлый раз вы хотели мне что-то сказать о четырех измерениях".

Когда вы знаете, о чем идет речь, знаете, что одни символы означают силы, другие - массы, инерцию и т.д., вы можете обратиться за помощью к здравому смыслу, к интуиции. Вы видели разные вещи и более или менее знаете, как будут происходить разные явления. Несчастный математик переводит все это на язык уравнений, и, поскольку символы для него ничего не означают, у него лишь один компас - математическая строгость и тщательность в доказательствах. Физик же, который более или менее знает, каким должен быть ответ, может позволить себе догадки и приходит к цели довольно быстро. Излишняя математическая строгость не очень полезна в физике. Но нельзя ставить это в вину математикам. Нельзя требовать, чтобы они действовали всегда с оглядкой на физику и делали то, что полезно ей. У них свои задачи. Если вы хотите чего-то иного. займитесь этим сами.

Следующий вопрос: когда мы пытаемся найти новые законы, стоит ли опираться на интуицию и философские принципы - "мне не нравятся локальные свойства" или "мне нравятся локальные свойства", "мне не нравится воздействие на расстоянии" или "мне нравится воздействие на расстоянии"? В какой степени полезны модели?

Интересно, что модели очень часто помогают в работе, и большинство преподавателей физики пытаются учить тому, как пользоваться моделями, чтобы выработать хорошую физическую интуицию. Но всегда выходит так, что величайшие открытия абстрагируются от модели и модель оказывается ненужной. .Максвелл создал электродинамику, наполнив пространство массой воображаемых шестеренок и зубчатых колесиков, Но колесики и шестеренки мы отбросили, а теория осталась.

Дирак же открыл правильные законы релятивисткой квантовой механики, просто угадав уравнение. (Поль Дирак (1902-1984) - английский физик-теоретик. Получил Нобелевскую премию в 1933 г. совместно с Шредингером) Угадывание уравнения, по-видимому, очень хороший способ открывать новые законы. Это лишний раз доказывает, что математика дает глубокое описание природы, а всякая попытка выразить природу, опираясь на философские принципы или интуитивные механические аналогии, не приводит к серьезным результатам.

Меня всегда беспокоило, что, согласно физическим законам, как мы понимаем их сегодня, требуется бесконечное число логических операций в вычислительной машине, чтобы определить, какие процессы происходят в сколь угодно малой области пространства за сколь угодно малый промежуток времени. Как может все это уложиться в крохотном пространстве? Почему необходима бесконечная работа логики для понимания того, что произойдет на крохотном участке пространства-времени? Поэтому я часто высказывал предположение, что в конце концов физика не будет требовать математической формулировки. Ее механизм раскроется перед нами, и законы станут простыми, как шахматная доска, при всей ее видимой сложности. Но это предположение того же порядка, что и склонности других людей - "это мне нравится", "это мне не нравится", - а тут нельзя основываться на личных предубеждениях.

Подводя итоги, я хочу воспользоваться словами Джинса, который сказал, что *"Великий Архитектор, по-видимому, был математиком"*. Тем, кто не знает математики, трудно постичь подлинную глубокую, красоту природы. Сноу говорил о двух культурах. Я думаю, что разница между этими культурами сводится к разнице между людьми, которые понимают, и людьми, которые не понимают математики в той мере, в какой это необходимо, чтобы вполне оценить природу.

Чарлз Сноу - английский писатель. В лекции "Две культуры и научная революция", прочитанной в Кембридже в 1959 г., он говорил о разрыве между наукой и гуманитарной культурой. - ***Примеч. пер.***

Жаль, конечно, что тут нужна математика, потому что многим людям она дается трудно. Говорят - не знаю, правда ли это - что один царь, которого Евклид пытался обучить геометрии, стал жаловаться на трудности. Евклид ответил: *"Нет царского пути к геометрии"*. И его действительно нет. Физику нельзя перевести ни на какой другой язык. И если вы хотите узнать Природу, оценить ее красоту, то нужно понимать язык, на котором она разговаривает. Она дает информацию лишь в одной форме, и мы не вправе требовать от нее, чтобы она изменила свой язык, стараясь привлечь наше внимание.

Никакими интеллектуальными доводами вы не сможете передать глухому ощущение музыки. Точно так же никакими интеллектуальными доводами нельзя передать понимание природы человеку *"другой культуры"*. Философы пытаются рассказать о природе без математики. Я пытаюсь описать природу математически. Но если меня не понимают, то не потому, что это невозможно. Может быть, моя неудача объясняется тем, что кругозор этих людей чересчур ограничен и они считают человека центром Вселенной.